

Title	多項式ノ既約性ニ就イテ
Author(s)	龍澤, 周雄
Citation	全国紙上数学談話会. 68 p.18-p.20
Issue Date	1935-11-29
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74206
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

284. 多項式ノ既約性ニ就テ

龍澤周雄 (東大學生)

定理. 整係數多項式

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n \cdots (1)$$

ニ於テ

$$a_1 > a_2 > \cdots > a_n > 0 \cdots (2)$$

ナラバ (1) ハ有理数体ニ於テ既約デアル。但シ $x^2 + (n+1)x + m$ ハ例外デアル。

$$\text{証明 } k = \text{Min} \left(\frac{a_1}{a_2} \cdots \frac{a_{n-1}}{a_n} \right) \cdots (3)$$

トオキ (1) = $kx - 1$ ヲ掛ケルト

$$kx^{n+1} + (a_1 k - 1)x^n - (a_1 - a_2 k)x^{n-1} - \cdots - (a_{n-1} - a_n k)x - a_n \cdots (4)$$

始メノ二項ハ單位円周上ニテ絶對値ガ

$$a_1 k - 1 - k$$

ヨリ小ナラズ、後ノ n 項ハ同円周上ニテ絶對値ガ

$$(a_1 - a_2 k) + \cdots + (a_{n-1} - a_n k) + a_n$$

ヲ超エタイ。故ニ

$$a_1 k - 1 - k > (a_1 - a_2 k) + \cdots + (a_{n-1} - a_n k) + a_n$$

即チ

$$a_1 + \cdots + a_n > \frac{k+1}{k-1} \cdots (5)$$

ナラバ (4) ハ單位円ノ内部ニ n ケノ根ヲ持ツコトニナリマス、

サテ (2) ノ條件ノ下ニハ

$$k \geq \frac{a_1}{a_1 - 1}$$

從ツテ

$$\frac{\frac{a_1}{a_1 - 1} + 1}{\frac{a_1}{a_1 - 1} - 1} \geq \frac{k+1}{k-1}$$

故 = (5) ヨリ

$$a_1 + \dots + a_n > 2a_1 - 1$$

ナラバヨイ。

即チ $a_1 < 1 + a_2 + \dots + a_n$

ナラバ (1) ハ單位円ノ内部 = $n-1$ ケノ根ヲ有シテ可約トハ

ナリ得ヌ 一方 Perron ノ結果 = ヨリ

$$a_1 > 1 + a_2 + \dots + a_n$$

ナラバ (1) ハ既約デアル、又

$$a_1 = 1 + a_2 + \dots + a_n$$

ノトキモ $f(\pm 1) \neq 0$ ナラバ、ヤハリ (1) ハ既約デアル。

コゝ = $f(x)$ ハ (1) ヲ指ス。(Perron, Journ. f. Math. 132, 1907).

(2) ノ條件ノ下ニハ $x^2 + (m+1)x + m$ ヲ除イテハ恒ニ $f(\pm 1) \neq 0$ デアル。要スルニツマラナイ問題デシタ。